

استخدام تحليل السلاسل الزمنية للتنبؤ بالإيراد السنوي لنهر عطبرة

منتصر أحمد عثمان محمد

أستاذ مساعد - قسم الرياضيات - كلية التربية - جامعة كسلا - السودان

مستخلص الدراسة

تهدف هذه الورقة الي استخدام تحليل السلاسل الزمنية للتنبؤ بالإيراد السنوي لنهر عطبرة. والبيانات التي جُمعت تمثل الإيراد السنوي للنهر لمدة 46 سنة (1964 - 2009م). وفقاً لتحليل البيانات تم التوصل إلى أن البيانات تمثل سلسلة زمنية ساكنة في المتوسط وغير ساكنة في التباين، و تتحول إلى ساكنة في التباين بعد أخذ اللوغرثم للبيانات، و بعد حساب معاملات الارتباط الذاتي و الارتباط الذاتي الجزئي للسلسلة الساكنة تبين أن النموذج الملائم للبيانات هو أحد نماذج $ARMA$ و بعد التحليل و الاختبار وُجد أن نموذج $ARMA(1,1)$ هو الملائم للبيانات، و قد أثبت اختبار (Ljung-Box) صحة هذه الملاءمة، و قد استخدم الباحث برنامج Minitab15 لتحليل بيانات الدراسة. الكلمات المفتاحية: المتوسطات المتحركة، الانحدار الذاتي، السلسلة المستقرة.

Time Series Analysis use to Forecast the Annual Inflow of Atbara River

Montasir Ahmed Osman Mohamed

Assistant Professor – Mathematics Department – Faculty of Education – University of
Kassala – Sudan

Abstract

The aim of this paper is to forecast the annual rate of inflow of Atbara River. The collected data is the annual rate of inflow of the river for 46 years (1964 – 2009). According to data analysis, the series is stationary in the mean and non-stationary in variance. The stationary in variance is been by transferring the data to log. By the calculation of autocorrelation and partial autocorrelation coefficients for series, pointed that the appropriate model for data is $ARMA(1,1)$, and (Ljung – Box) test proves that validity. The research data is analyzed using Minitab software versian15.

1. المقدمة:

تعرف السلسلة الزمنية Time Series بأنها مجموعة من المشاهدات الخاصة بظاهرة معينة خلال حقب زمنية متعاقبة وبحدود متتابعة، وتكون السلسلة الزمنية على نوعين متصله Continues ومنفصلة Discrete بحسب الزمن منفصل و متصل، ويمكن أن تكون السلسلة الزمنية مستقرة Stationary إذا كانت الخصائص الاحتمالية لها لا تتأثر بالزمن، أو غير مستقرة Non-stationary إذا كانت الخصائص الاحتمالية لها تتأثر بالزمن (Box and. Jenkins, 1976). و لتحليل السلاسل الزمنية قد طورت بعض نماذج الانحدار الخطية (Abraham and Ledoter, 1983) و أيضاً بعض النماذج غير الخطية (Seber and Wild, 1989). كما استخدمت بعض طرق التحليل الطيفي لتحليل السلاسل الزمنية (Brillinger, 1975).

وتعد نماذج الانحدار الذاتي- المتوسطات المتحركة Autoregressive-Moving Average (ARMA) من أهم نماذج السلاسل الزمنية التي تتناول سلوك الظواهر وتفسرها عبر حقب زمنية محددة. وتتلخص أهم أهداف تحليل السلسلة الزمنية في الحصول على وصف دقيق للسلسلة الزمنية وبناء نموذج مناسب لتفسير سلوك السلسلة الزمنية واستخدام النتائج للتنبؤ بسلوك السلسلة الزمنية في المستقبل.

يستخدم هذا البحث نماذج ARMA كإحدى نماذج السلاسل الزمنية للتنبؤ بكمية الإيراد السنوي لنهر عطبرة وذلك من شأنه أن يمكن الجهات ذات الصلة بهذا الموضوع من التنبؤ بكمية الإيراد السنوي للنهر منذ وقت كافٍ لكي تضع خططها و إستراتيجياتها وفقاً للقيمة المتنبأ بها، لاسيما و أن العالم أصبح يركز كثيراً على الاستراتيجيات القائمة على الطرق العلمية الحديثة في مجال التنبؤات.

و كثيراً ما يستخدم تحليل السلاسل الزمنية في بحوث ذات علاقة بهذا البحث، فقد استخدمه انقودو لتحليل تدفق مياه نهر النيل (Aguado, 1982)، كما استخدم لتحديد أفضل نموذج للتنبؤ بإيراد الأنهار (Ghanbarpour and others, 2009)، و في

المملكة المتحدة استخدم تحليل السلاسل الزمنية لدراسة التنبؤ بالإيراد الموسمي للأشهر (Svensson, 2016) و قدم بيل دراسة مشابهة (Bell, 2013)، كما استخدمه (2004) للتنبؤ بمنسوب نهر النيل عند مدينة الخرطوم و عثمان (2009) للتنبؤ بكمية الأمطار في ولاية كسلا.
نماذج السلاسل الزمنية:

عادة ما يرمز للسلسلة الزمنية بالرمز Z_t حيث تعني قيمة الظاهرة عند الزمن t . و يقال إن السلسلة الزمنية المشاهدة $\{z_1, z_2, \dots, z_{t-1}, z_t\}$ مستقرة إذا حققت الشرطين التاليين (Box and Jenkins, 1976):

$$1- E(z_t) = \text{constant} = \mu, \quad \forall t$$

$$2- \text{cov}(z_t, z_s) = \begin{cases} \text{constant} = \gamma_0, \quad \forall t, \forall s, t = s \\ f(|s - t|), \quad \forall t, \forall s, t \neq s \end{cases}$$

وتضم نماذج تحليل السلاسل الزمنية بصورة عامة ثلاثة نماذج أساسية هي نماذج الانحدار الذاتي (AR(P)) و نماذج المتوسطات المتحركة Moving Average (MA(q)) و النماذج المختلطة أو نماذج الانحدار الذاتي- المتوسط المتحرك Autoregressive-Moving Average (ARMA(p,q)) و الأخيرة هي موضوع هذا البحث. لذلك سوف يتم التعرف على بعض خصائصها ، حيث تعني p درجة الانحدار الذاتي و q درجة المتوسط المتحرك و قد أورد أندرسون تحليلاً معمقاً في هذه النماذج (Andereson, 1971).

1.2 نماذج ARMA(p,q):

تعد هذه النماذج هي الحالة العامة في نماذج السلاسل الزمنية، حيث نماذج الانحدار الذاتي ونماذج المتوسط المتحرك تعدّ حالات خاصة من نماذج الانحدار الذاتي - المتوسط المتحرك من الناحية النظرية، أما من الناحية العملية فلكل نموذج صيغته و خصائصه. و تكتب نماذج ARMA بالشكل:

$$z_t - \phi_1 z_{t-1} - \phi_2 z_{t-2} - \dots - \phi_p z_{t-p} = \delta + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

$$Bz_t - \phi_2 B^2 z_t - \dots - \phi_p B^p z_t = \delta + a_t - \theta_1 B a_t - \theta_2 B^2 a_t - \dots - \theta_q B^q a_t \dots\dots\dots(1)$$

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) z_t = \delta + (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) a_t$$

و يمكن أيضاً أن تكتب بالصيغة الآتية:

$$\phi_p(B) z_t = \delta + \theta_q(B) a_t \dots\dots\dots(2)$$

حيث $\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$ Autoregressive الذاتي الانحدار Operator و $\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$ هو عامل المتوسط المتحرك (Box and Jenkins, 1976) Moving Average Operator.

حيث a_t تسمى بالتشويش الأبيض White Noise و هي عبارة عن متتابعة من المشاهدات العشوائية غير المرتبطة (وأحياناً يفترض إنها متتابعة من المتغيرات العشوائية التي تكون مستقلة ولها توزيعات متطابقة Independent Identically Distributed (IID)) بمتوسط صفري وتباين ثابت σ^2 و غالباً ما يكون لها الخصائص الآتية:

- 1- $E(a_t) = 0, \forall t$
- 2- $\text{cov}(a_t, a_s) = \begin{cases} \sigma^2, & \forall t, \forall s, t = s \\ 0, & \forall t, \forall s, t \neq s \end{cases}$
- 3- $a_t \sim N(0, \sigma^2)$
- 4- $E(a_t, a_s) = 0, \forall t, \forall s, t \neq s$
- 5- $E(z_s, a_t) = 0, \forall t, \forall s, t \neq s$

كما أن B تسمى عامل الإزاحة الخلفي Backshift Operator و لأي مشاهدة هي المشاهدة السابقة لها ، ولها الخواص التالية:

- 1- $Bz_t = z_{t-1}$
- 2- $B^m z_t = B^{m-1}(Bz_t) = B^{m-2}(B(Bz_t)) = \dots = z_{t-m}$
- 3- $Bc = c, c$ is a constant

1.1.2 نموذج الانحدار الذاتي _ المتوسط المتحرك من الدرجة (1,1) $ARMA(1,1)$:

ويكتب هذا النموذج كما يلي:

$$\begin{aligned}\phi_1(B)z_t &= \delta + \theta_1(B)a_t \\ (1 - \phi_1 B)z_t &= \delta + (1 - \theta_1 B)a_t \\ z_t - \phi_1 z_{t-1} &= \delta + a_t - \theta_1 a_{t-1} \\ z_t &= \delta + \phi_1 z_{t-1} + a_t - \theta_1 a_{t-1}, a_t \sim N(0, \sigma^2), \phi_1 \neq \theta_1 \dots\dots\dots(3)\end{aligned}$$

و يجب أن يتحقق شرطان هما: شرط الاستقرار Stationary $|\phi_1| < 1$ ، و شرط الانقلاب Reversion $|\theta_1| < 1$ (Andereson, 1971).

دالة التنبؤ لنموذج $ARMA(1,1)$:

إذا كانت السلسلة الزمنية $\{z_1, z_2, \dots, z_{t-1}, z_t\}$ تتبع نموذج $ARMA(1,1)$ والذي يكتب على الشكل:

$$z_t = \mu + \phi_1(z_{t-1} - \mu) + a_t - \theta_1 a_{t-1}, a_t \sim N(0, \sigma^2), \phi_1 \neq \theta_1, |\phi_1| < 1$$

للتنبؤ بالقيم المستقبلية $z_{t+1}, z_{t+2}, z_{t+3}, \dots$ أو بشكل عام $\ell \geq 1$ فإن

$$\begin{aligned}z_n(\ell) &= E(z_{n+\ell} | z_n, z_{n-1}, \dots), \ell \geq 1 \\ &= \mu + \phi_1 E[(z_{n+\ell-1} - \mu) | z_n, z_{n-1}, \dots] + E(a_{n+\ell} | z_n, z_{n-1}, \dots) - \theta_1 E(a_{n+\ell-1} | z_n, z_{n-1}, \dots), \ell \geq 1\end{aligned}$$

و بحل هذه العلاقة تكرارياً نجد

$$z_n(\ell) = \mu + \phi_1 E[(z_{n+\ell-1} - \mu) | z_n, z_{n-1}, \dots] + E(a_{n+\ell} | z_n, z_{n-1}, \dots) - \theta_1 E(a_{n+\ell-1} | z_n, z_{n-1}, \dots), \ell \geq 1$$

$$\begin{aligned}\ell = 1: z_n(1) &= \mu + \phi_1 E[(z_n - \mu) | z_n, z_{n-1}, \dots] + E(a_{n+1} | z_n, z_{n-1}, \dots) - \theta_1 E(a_n | z_n, z_{n-1}, \dots) \\ &= \mu + \phi_1(z_n - \mu) - \theta_1 a_n\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\ell = 2: z_n(2) &= \mu + \phi_1 E[(z_{n+1} - \mu) | z_n, z_{n-1}, \dots] + E(a_{n+2} | z_n, z_{n-1}, \dots) - \theta_1 E(a_{n+1} | z_n, z_{n-1}, \dots) \\ &= \mu + \phi_1 [z_n(1) - \mu]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\ell = 3: z_n(3) &= \mu + \phi_1 E[(z_{n+2} - \mu) | z_n, z_{n-1}, \dots] + E(a_{n+3} | z_n, z_{n-1}, \dots) - \theta_1 E(a_{n+2} | z_n, z_{n-1}, \dots) \\ &= \mu + \phi_1 [z_n(2) - \mu]\end{aligned}$$

و بشكل عام فإن: $z_n(\ell) = \mu + \phi_1 [z_n(\ell-1) - \mu]$, $\ell \geq 2$

وهكذا فإن دالة التنبؤ ذات متوسط مربع الخطأ الأدنى لنموذج ARMA(1,1) تعطى بالعلاقة:

$$z_n(\ell) = \begin{cases} \mu + \phi_1(z_n - \mu) - \theta_1 a_n, & \ell = 1 \\ \mu + \phi_1[z_n(\ell-1) - \mu], & \ell \geq 2 \end{cases} \dots\dots\dots(4)$$

و قبل التنبؤ بالبيانات المستقبلية للظاهرة المدروسة يجب أن يتم التحقق من أن السلسلة الزمنية مستقرة. ويعتمد اختبار الاستقرار على حساب دالة الارتباط الذاتي Autocorrelation Function (ACF) ودالة الارتباط الذاتي الجزئي Partial Autocorrelation Function (PACF) (Box and Jenkins, 1976).
2. دالة الارتباط الذاتي (ACF):

تعطي هذه الدالة معامل الارتباط بين Z_t و Z_{t-k} ويرمز لها عند الإزاحة k بالرمز ρ_k تعرف كما يلي ((Anderson, 1971)):

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \dots\dots(5)$$

ولها الخواص التالية:

1. $\rho_0 = 1$
2. $\rho_{-k} = \rho_k$
3. $0 \leq |\rho_k| \leq 1$

$$\gamma_k = \text{cov}(Z_t, Z_{t-k}), \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \dots\dots(6)$$

حيث:

3. دالة الارتباط الذاتي الجزئي (PACF):

تعطي هذه الدالة معامل الارتباط بين Z_t و Z_{t-k} بعد إزالة تأثير الارتباط الناتج من المتغيرات $Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots, Z_{t-k+1}$ الواقعة بينهما ويرمز لها عند الإزاحة k بالرمز ϕ_{kk} و تعرف كما يلي:

$$\phi_{kk} = \frac{\rho_k - \sum_{j=1}^{k-1} \phi_{k-1,j} \rho_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \phi_{k-1,j} \rho_j}, \quad k = 2, 3, \dots \dots\dots(7)$$

و من خلال الجدول التالي يمكن تصنيف السلسلة الزمنية إلى أي نموذج تتتمي حسب قيم الارتباط الذاتي و الارتباط الذاتي الجزئي (Andereson, 1971).
جدول (1): كيفية تصنيف السلسلة الزمنية.

الرقم	النموذج	ACF	PACF
1	AR(p)	يقترّب من الصفر تدريجياً	يساوي الصفر بعد الإزاحة p
2	MA(q)	يساوي الصفر بعد الإزاحة q	يقترّب من الصفر تدريجياً
3	ARMA(p,q)	يقترّب من الصفر تدريجياً	يقترّب من الصفر تدريجياً
4	AR(1)	يقترّب من الصفر تدريجياً	يساوي الصفر بعد الإزاحة 1
5	MA(1)	يساوي الصفر بعد الإزاحة 1	يقترّب من الصفر تدريجياً
6	AR(2)	يقترّب من الصفر تدريجياً	يساوي الصفر بعد الإزاحة 2
7	MA(2)	يساوي صفر بعد الإزاحة 2	يقترّب من الصفر تدريجياً

المصدر: Vandaele, 1983

4. بيانات الدراسة:

تمثل البيانات في هذه الدراسة الإيراد السنوي لنهر عطبر خلال 46 سنة في الفترة من سنة 1964م إلى سنة 2009م. و نهر عطبرة هو أحد أهم الأنهار الموسمية في شرق السودان ، و ينحدر من المرتفعات الأثيوبية و الأترتية ماراً بشرق السودان متجهاً نحو الشمال ليصب في نهر النيل عند مدينة عطبرة و يرفد نهر النيل بكميات كبيرة من المياه خلال فصل الخريف مما يساهم في الفيضانات أحياناً. و يتحول النهر إلى برك متقطعة خلال فصل الصيف من كل سنة. و قد تم إنشاء خزان خشم القرية على نهر عطبرة في بداية الستينات من القرن الماضي لهدفين رئيسيين لكل واحد منهما أهميته الحيوية الخاصة : فالأول هو ري مشروع حلفا الجديدة الزراعي بغرض توطين السكان المهجرين من وادي حلفا بسبب قيام السد العالي في مصر، و الهدف الثاني أن يستخدم الخزان لتوليد الطاقة الكهربائيةخزان (خشم القرية، 2010).

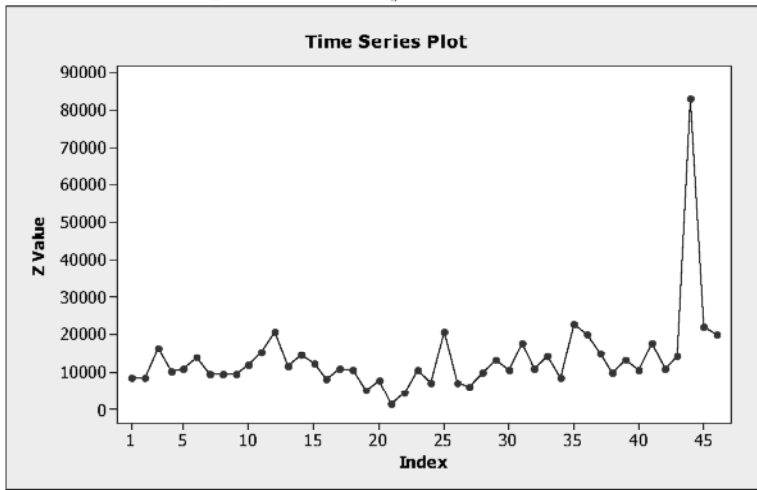
بمأن أن لنهر عطبرة هذه الأهمية و قد أصبح العالم يعتمد على الأساليب و الطرق العلمية في وضع الاستراتيجيات و الخطط و يكون من المفيد جداً التنبؤ بإيراد نهر

عطبرة منذ وقت مبكر حتى تتمكن الجهات ذات الصلة من وضع السياسات و الخطط المناسبة حسب كمية المياه المتوقع الحصول عليها.

عادة ما يبدأ تحليل السلسلة الزمنية برسم السلسلة في شكل منحني يمثل فيه المحور الأفقي متغير الزمن بينما، المحور الرأسي يمثل قيم السلسلة الزمنية لمعرفة مدى ثبات أو استقرار السلسلة الزمنية من عدمه. و الشكل البياني (1) الآتي يمثل منحني الإيراد السنوي لنهر عطبرة خلال الفترة الزمنية المذكورة، علماً بأن وحدة قياس الإيراد للبيانات الواردة هي مليار متر مكعب.

قد تم استخدام برنامج التحليل الإحصائي Minitab¹⁵ لتحليل البيانات، بشقيه البياني والحسابي فيما يتعلق بالرسم البياني للسلسلة والارتباطات الذاتية والذاتية الجزئية و تقدير النموذج الإحصائي.

شكل (1): المخطط الزمني للإيراد السنوي لنهر عطبرة.

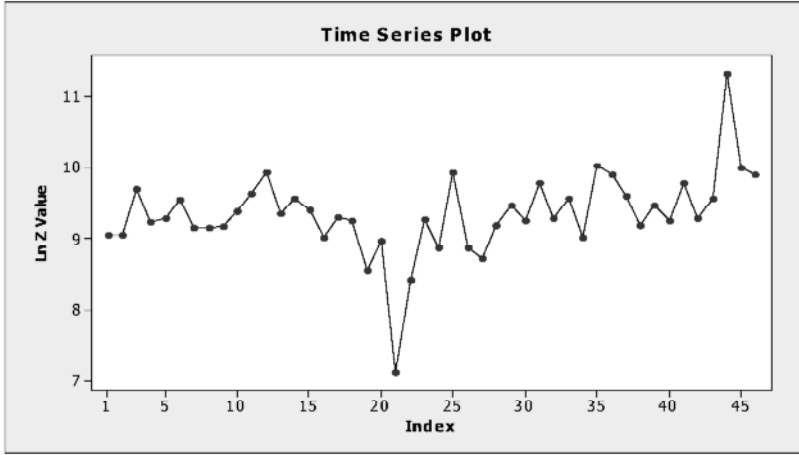


المصدر: إعداد الباحث باستخدام برنامج Minitab¹⁵ 2016

يبين الشكل (1) مدى تذبذب الإيراد السنوي لنهر عطبرة من سنة لأخرى، فقد كانت أقل قيمة له هي 1224 مليار متر مكعب و ذلك في العام 1984م بينما كانت أكبر قيمة 82870 مليار متر مكعب في العام 2007م. و يظهر من الرسم السابق أن

السلسلة لا يوجد بها اتجاه عام ، أي أنها مستقرة من حيث الوسط الحسابي ، بينما من جهة التباين يظهر عدم الاستقرار في تباين السلسلة الزمنية، إذ أن الاختلافات كبيرة جداً من سنة إلى أخرى. و عليه فقد تم أخذ اللوغرثم للأساس الطبيعي (Ln) للبيانات. حيث يعتبر ذلك من أكثر الطرق التي تؤدي إلى تقليل التباين في البيانات و يكثر استخدامه في جميع فروع علم الإحصاء.

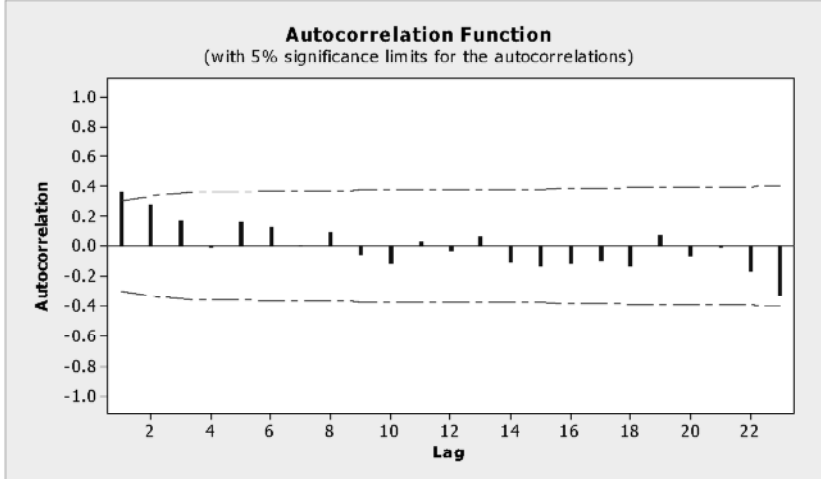
شكل (2): بيانات السلسلة الزمنية بعد أخذ اللوغرثم للأساس الطبيعي (Ln).



المصدر: إعداد الباحث باستخدام برنامج 2016 Minitab15

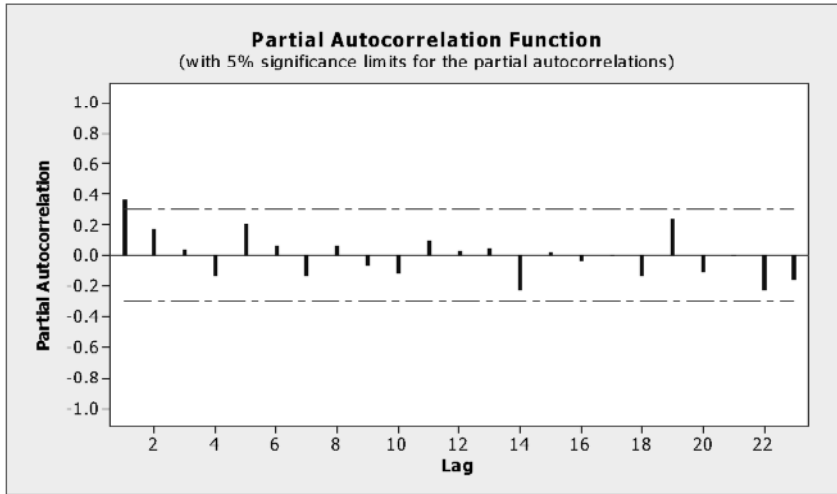
يظهر من خلال الشكل (2) أن السلسلة أصبحت مستقرة في التباين بعد أخذ اللوغرثم إذ قيم السلسلة الجديدة تتراوح بين 7 و 12 تقريباً. ولاختبار مدى سكون السلسلة الزمنية الجديدة يتم حساب الارتباط الذاتي و الارتباط الذاتي الجزئي لبيانات السلسلة حسب المعادلتين (6) و (7) السابقتين. و في الشكلين التاليين يتم عرض الارتباط الذاتي و الارتباط الذاتي الجزئي للبيانات. علماً بأن تصنيف السلسلة الزمنية إلى مستقرة أو غير مستقرة يعتمد على مدى وقوع القيم بين الحدين الأدنى و الأعلى ففي السلسلة المستقرة يجب أن تقع جميع قيم الارتباط الذاتي و الارتباط الذاتي الجزئي أو على الأقل بعد القيمتين الأولى و الثانية بين الحدين الأدنى و الأعلى.

شكل (3): الارتباط الذاتي للسلسلة.



المصدر: إعداد الباحث باستخدام برنامج Minitab₁₅ 2016

شكل (4): الارتباط الذاتي الجزئي للسلسلة.



المصدر: إعداد الباحث باستخدام برنامج Minitab₁₅ 2016

يتضح من الشكلين (3) و (4) أن جميع قيم الارتباط الذاتي و الارتباط الذاتي الجزئي باستثناء القيمة الأولى فقط تقع بين الحدين الأدنى و الأعلى ، و ذلك يعني أن السلسلة الزمنية مستقرة و يمكن تقدير النموذج المناسب لها ، كما أن التقارب

التدريجي لقيم معاملات الارتباط الذاتي و الذاتي الجزئي من الصفر يشير إلى أن النموذج المناسب للبيانات يكون أحد نماذج $ARMA$ ، و بعد تقدير و مقارنة النماذج الممكنة فقد كان النموذج المناسب و الملائم لهذه السلسلة الزمنية هو نموذج $ARMA(1,1)$ و الجدول التالي يوضح مقدرات هذا النموذج.

جدول (2): مقدرات نموذج $ARMA(1,1)$.

المعامل	المقدر	الخطأ المعياري	قيمة t	القيمة الاحتمالية
ϕ_1	0.7720	0.2553	3.02	0.004
θ_1	0.4658	0.3311	1.41	0.167
μ	2.1354	0.0445	47.97	0.000

المصدر: إعداد الباحث باستخدام برنامج Minitab 2016

من خلال الجدول (2) و المعادلة (4) فإن النموذج المقدر للبيانات يمكن كتابته

كما يلي:

$$w_t = 2.1354 + 0.7720w_{t-1} - 0.4658a_{t-1} + a_t$$

علماً بأن المتغير w يمثل السلسلة بعد أخذ اللوغرثم الطبيعي.

وعند تقدير أي نموذج من نماذج السلاسل الزمنية و قبل استخدامه للتنبؤ يجب اختبار مدى ملائمة النموذج المقدر لبيانات السلسلة و قد تم استخدام اختبار (Ljung-Box) لاختبار هذا النموذج و الجدول التالي يبين نتائج الاختبار. علماً بأن الفرضيات في هذا الاختبار كما يلي:

H_0 : النموذج ملائم للبيانات.

H_1 : النموذج غير ملائم للبيانات.

و يعتمد هذا الاختبار على معاملات الارتباط الذاتي للبواقي أو الأخطاء الناتجة من النموذج المقدر مستخدماً صيغة كاي تربيع للحصول على القيمة المحسوبة و أيضاً القيمة الجدولية ، فإذا كانت البواقي عبارة عن سلسلة ساكنة يكون النموذج المقدر ملائم للبيانات و يصلح للاستخدام في التنبؤ ، و إذا كانت البواقي غير ساكنة يكون

النموذج المقدر غير ملائم للبيانات.

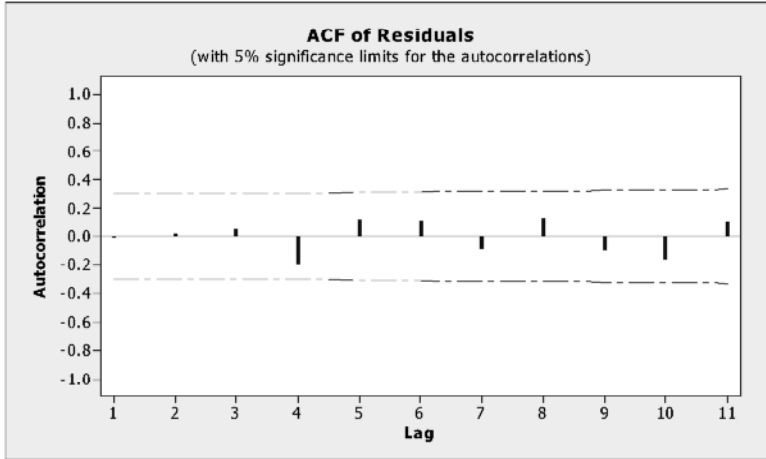
جدول (3): نتائج اختبار (Ljung-Box) للنموذج المقدر.

القيمة الإحتمالية	درجة الحرية	قيمة كاي تربيع
0.236	21	25.3

المصدر: إعداد الباحث باستخدام برنامج Minitab 2016

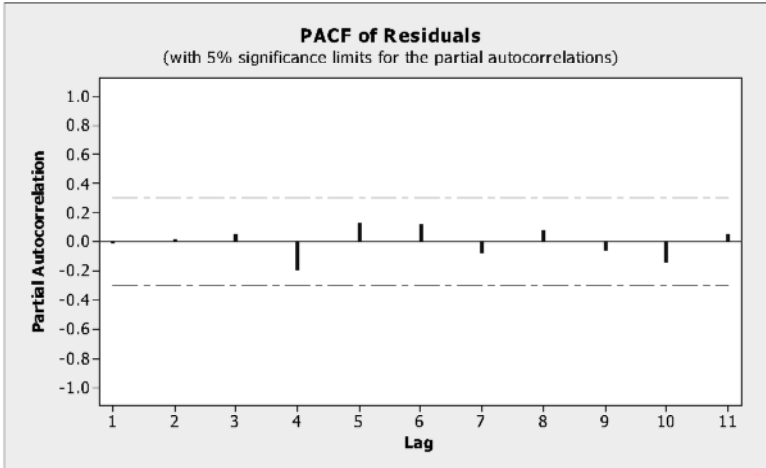
يتضح من الجدول (3) أن القيمة الاحتمالية تساوي 0.236 أكبر 0.05 و يعني ذلك قبول فرض العدم و رفض الفرض البديل - أي أن النموذج المقدر ملائم للبيانات و يمكن استخدامه في التنبؤ بالقيم المستقبلية للإيراد السنوي لنهر عطبرة. وعندما يكون النموذج المقدر للبيانات ملائم لها فإن قيم معاملات الارتباط الذاتي و الارتباط الذاتي الجزئي للأخطاء الناتجة من تطبيق هذا النموذج (الفرق بين القيم الحقيقية و القيم المقدرة) يجب أن تقع جميعها بين الحدين الأدنى و الأعلى. وعند رسم القيم لمعاملات الارتباط الذاتي و الارتباط الذاتي الجزئي للأخطاء الناتجة من النموذج الذي تم تقديره للبيانات وفقاً للصيغة المذكورة سابقاً فقد كانت جميع القيم واقعة بين الحدين الأدنى و الأعلى كما يظهر ذلك في الشكلين (5) و (6) مما يعني أن النموذج المقدر ملائم للبيانات و يمكن للجهات ذات الصلة بإيراد نهر عطبرة الاستفادة من النموذج للتوقعات المستقبلية.

شكل (5): يعرض الارتباط الذاتي للأخطاء.



المصدر: إعداد الباحث باستخدام برنامج Minitab 2016

شكل رقم (6): الارتباط الذاتي الجزئي للأخطاء.



المصدر: إعداد الباحث باستخدام برنامج Minitab 2016

النتائج:

قد تم التوصل من خلال هذه الدراسة إلى النتائج التالية:

1. الإيراد السنوي لنهر عطبرة يمثل سلسلة زمنية ساكنة في المتوسط.
2. الإيراد السنوي لنهر عطبرة يمثل سلسلة زمنية غير ساكنة في التباين.
3. يتحول الإيراد السنوي إلى سلسلة ساكنة في التباين بعد أخذ اللوغرثم للبيانات.
4. النموذج المقدر الملائم للسلسلة هو $ARMA(1,1)$.
5. الارتباط الذاتي للأخطاء الناتجة من تطبيق النموذج المقدر تقع قيمه جميعاً بين الحدين الأدنى و الأعلى.
6. الارتباط الذاتي الجزئي للأخطاء الناتجة من تطبيق النموذج المقدر تقع قيمه جميعاً بين الحدين الأدنى و الأعلى.

المصادر والمراجع:

1. آدم، أحمد آدم (2004)، تقدير منسوب النيل عند محطة الخرطوم في الفترة من 1992م - 2004م، رسالة ماجستير (غير منشورة) في الإحصاء - كلية العلوم جامعة السودان للعلوم و التكنولوجيا.
2. خزان خشم القرية (2010)، التقرير السنوي.
3. عثمان، منتصر أحمد (2009)، استخدام تحليل السلاسل الزمنية للتنبؤ بكميات الأمطار السنوية في ولاية كسلا، رسالة ماجستير (غير منشورة) في الإحصاء - كلية العلوم - جامعة السودان للعلوم و التكنولوجيا.
4. Abraham, B. and Ledoter, J., (1983). "Statistical Methods for Forecasting", John Wiley, New York.
5. Aguado, Edward, (1982). "A Time Series Analysis of the Nile River Low Flows", Annals of the Association of American Geographers Journal, 72(1), 109-119.
6. Anderson, T. W. (1971). "The Statistical Analysis of Time Series" John Wiley, New York.
7. Bell, V. A., Davics, H. N., Kay, A. L., Marsh, T. J., Brookshaw, A., Jenkins, A., (2013). "Developing a large-scale water-balance approach to seasonal forecasting: application to the 2012 drought in Britain", Hydrological Processes, 27, 3003-3012.
8. Box, G. E. P. and Jenkins, G. M., (1976). "Time Series Analysis Forecasting and Control", 2nd ed., Holden-Day, San Francisco.
9. Brillinger, D. R., (1975). "Time Series: Data Analysis and Theory" Rinehart and Winston, New York.
10. Svensson, Cecilia (2016). "Seasonal river flow forecasts for the United Kingdom using persistence and historical analogues" Hydrological Sciences Journal, 61(1), 19-35.
11. Ghanbarpour, M. Reza. Abbaspour, Karim C. & Hipel, Keith W. (2009). "A comparative study in long-term river flow forecasting models", International Journal of River Basin Management, 7(4) 403-413.
12. Seber, G.A.F. & Wild, C.J. (1989). "Nonlinear Regression", Wiley New York.
13. Vandaele, W. (1983). "Applied Time Series and Box-Jenkins Models", John Wiley & Sons.